

На правах рукописи



Квон Александр Зедонович

**СТРУКТУРА И ЭВОЛЮЦИЯ ТРЕХМЕРНЫХ ВОЛН НА
ПОВЕРХНОСТИ СТЕКАЮЩИХ ПЛЕНОК ЖИДКОСТИ**

1.1.9. Механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Новосибирск - 2026

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте теплофизики им. С.С. Кутателадзе Сибирского отделения Российской академии наук (ИТ СО РАН)

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
Черданцев Андрей Викторович

Официальные оппоненты: Губайдуллин Амир Анварович, доктор физико-математических наук, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича Сибирского отделения Российской академии наук (Тюменский филиал), главный научный сотрудник

Субботин Станислав Валерьевич, кандидат физико-математических наук, Федеральное государственное образовательное учреждение высшего образования «Пермский Государственный гуманитарно-педагогический университет», ведущий научный сотрудник

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Пермский федеральный исследовательский центр Уральского отделения Российской академии наук

Защита состоится 10 июня 2026 года в 09 часов 30 минут на заседании диссертационного совета 24.1.129.01, созданного на базе ИТ СО РАН по адресу: 630090, г. Новосибирск, пр. Академика Лаврентьева, д. 1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ИТ СО РАН: www.itp.nsc.ru. Отзыв на автореферат, заверенный печатью организации, просьба отправлять на имя ученого секретаря диссертационного совета по адресу: 630090, г. Новосибирск, пр. Академика Лаврентьева, д. 1. (e-mail: dissovet@itp.nsc.ru).

Автореферат разослан «___» апреля 2026 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета
д.ф.-м.н., профессор РАН



Терехов Владимир Викторович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность исследования. Плёнка жидкости, свободно стекающая под действием силы тяжести по вертикальной поверхности, представляет собой конвективно-неустойчивое течение со свободной границей. Вследствие неустойчивости пленочного течения на межфазной границе формируются поверхностные волны различных конфигураций: от линейных двумерных (2D) до сильно нелинейных трёхмерных (3D) волн. Помимо фундаментального интереса к исследованию волновых явлений, процессов формирования и взаимодействия волн при пленочном течении, активное изучение стекающих пленок жидкости обусловлено их широким применением в промышленных приложениях, связанных с процессами теплопереноса.

В настоящее время существует большое количество теоретических и экспериментальных работ, посвященных изучению двумерных и трёхмерных волновых режимов на поверхности стекающих пленок жидкости. Более простая форма межфазной поверхности, использование наложенных внешних возмущений с известными характеристиками при изучении двумерных волновых режимов течения вязких пленок жидкости, и, как следствие, обилие экспериментальных данных для двумерных волн позволили достаточно полно разработать адекватные теоретические модели.

Несмотря на то, что трёхмерные волновые режимы являются конечной стадией волновой эволюции при гравитационном пленочном течении при умеренных числах Рейнольдса, они изучены не так подробно, как двухмерные режимы. Наблюдается недостаток экспериментальных данных, необходимых для верификации имеющихся и разрабатываемых теоретических моделей. В частности, отсутствуют экспериментальные данные по трёхмерным полям скорости жидкости в пленке и волнах при трёхмерных волновых режимах. Кроме того, на данный момент отсутствуют детальные трёхмерные измерения пленочного течения на протяженных участках (больших длинах пробега), вследствие чего остаются до конца не определены закономерности развития полностью развитого трёхмерного волнового режима, а также границы области режимных параметров, при которых такие режимы реализуются. Данные обстоятельства затрудняют корректное сравнение теории и эксперимента, которое желательно проводить в области установившегося трёхмерного волнового режима.

Классификация волновых режимов и описание структуры течения в отдельной трёхмерной волне являются актуальными задачами при исследовании процессов эволюции трёхмерных волн.

Целью работы является установление закономерностей эволюции волнового движения и определение структуры течения в волнах на вертикально стекающих плёнках вязкой жидкости при умеренных числах Рейнольдса. Для достижения поставленной цели решались следующие **задачи**:

- Экспериментальное исследование эволюции формы свободной поверхности пленочного течения на больших длинах пробега с высоким пространственным и временным разрешением для жидкостей с различными физическими свойствами.
- Разработка алгоритмов для статистического анализа больших массивов данных о форме поверхности волновой пленки.
- Описание трёхмерных волновых режимов течения на основе анализа закономерностей эволюции полученных статистических характеристик поверхности.

- Разработка, тестирование и применение измерительной системы для одновременного определения формы свободной поверхности и объемного измерения скорости жидкости при течении волновых пленок жидкости.
- Анализ структуры течения в формирующихся регулярных трёхмерных волнах.
- Проведение прямого сравнения экспериментальных результатов по регулярной трёхмерной волне с результатами расчета интегральной моделью пограничного слоя методом взвешенных невязок «weighted residual integral boundary layer» (WRIBL).

Научная новизна:

1. С использованием высокоскоростной ЛИФ системы осуществлены измерения полей толщины волновой пленки на больших длинах пробега от начала течения для жидкостей с различными физическими свойствами в широком диапазоне чисел Re , что позволило проследить полную эволюцию вплоть до установившегося трёхмерного волнового режима.

2. На основе статистического анализа пространственно-временных данных по толщине пленки существенно уточнено имеющееся на данный момент описание закономерностей волновой эволюции при переходе от двумерного к трёхмерному волновому движению в диапазоне чисел Рейнольдса ($5 < Re < 100$). Впервые экспериментально обнаружен и охарактеризован полностью установившийся трёхмерный волновой режим пленочного течения.

3. Разработан и реализован принципиально новый комбинированный метод диагностики пленочных течений, впервые обеспечивающий одновременное измерение формы свободной поверхности и объемных полей скорости в волновых плёнках жидкости.

4. Впервые экспериментально получены объемные распределения скорости жидкости в трёхмерной волне с привязкой к её форме, что позволило выявить ключевые элементы структуры течения: области возвратного течения, поперечных потоков в трёхмерной волне, а также сложную структуру течения в капиллярной ряби.

5. Впервые проведено прямое количественное сравнение экспериментально измеренных полей скорости и толщины в трёхмерной волне с результатами расчетов по полной и упрощенной WRIBL моделям, что позволило оценить границы применимости и выявить ограничения упрощенной модели.

Теоретическая и практическая значимость.

Статистические характеристики, полученные в результате экспериментов по исследованию эволюции волнового движения на поверхности пленок, позволяют детализировать классификацию волновых режимов и дополнить результаты качественных наблюдений. Обнаруженные установившегося режимы течения могут быть использованы для валидации теоретических моделей.

Представленный в рамках данной работы метод, разработанный для исследования течения жидкости в трёхмерных волнах, также может быть применен во всех случаях, когда пленочное течение имеет трёхмерный характер. Например, при изучении ручейкового течения, при обтекании пленкой препятствия, или когда наличие объемных или поверхностных сил приводит к неоднородному течению пленок. Предложенный метод открывает широкие возможности не только для исследования течений со свободной границей, но и для решения задач, требующих объемных измерений скорости.

Результаты проведенных в работе исследований с использованием описанной выше методики существенно дополнили понимание о процессе эволюции трёхмерных волн на поверхности пленки, а результаты прямого сравнения данных, полученных с помощью

упрощенной и полной моделей с экспериментами позволяют определить область применимости теоретических моделей.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Результаты экспериментального определения закономерностей эволюции волнового движения на поверхности свободно стекающих пленок жидкости на больших длинах пробега, основанные на измерениях формы поверхности с высоким пространственным и временным разрешением с использованием жидкостей с различными физическими свойствами.

2. Результаты анализа статистических характеристик волнового движения, построенных на основе серии мгновенных полей толщин для различных режимов течения и свойств жидкости на больших длинах пробега.

3. Принципы экспериментального исследования пленочных течений с использованием камеры светового поля для одновременного получения полей толщин и объемных полей скорости.

4. Результаты экспериментального исследования структуры течения в трёхмерных волнах на поверхности вертикально стекающей пленки жидкости.

5. Результаты сравнения экспериментальных данных с расчетами по упрощенной и полной WRIBL моделям.

Достоверность результатов обеспечивается использованием современных методов измерений, отработанных на близких к исследуемым типам течений; оценкой погрешностей измерений; проведением специальных тестовых и калибровочных экспериментов; тестированием новой методики на хорошо изученных типах течений; соответствием полей скорости геометрии волновых структур, сопоставлением полученных результатов с теоретическими и экспериментальными результатами других авторов.

Апробация работы. Материалы диссертации были представлены на 16 международных и всероссийских конференциях: 13-ая международная научно-техническая конференция "Оптические методы исследования потоков", 29 июня – 3 июля 2015, Москва, Россия; 13-ю научную международную конференцию "Актуальные вопросы теплофизики и физической гидрогазодинамики", 21 – 27 сентября 2015, Алушта, Россия; Всероссийская конференция "XXXII Сибирский теплофизический семинар", 19 – 20 ноября 2015, Новосибирск, Россия; Eight International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer, Sarajevo, Bosnia and Herzegovina, 15 – 18 September, 2015; Всероссийская научная конференция с элементами школы молодых ученых «Теплофизика и физическая гидродинамика», 19 – 25 сентября, 2016, Ялта, Россия; 11th European Fluid Mechanics Conference, EFMC11, Seville, Spain, September 12 – 16 2016; 24nd International Congress of Theoretical and Applied Mechanics, Montreal, Canada, August 21 – 26, 2016; 9th World Conference on Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics, Iguazu Falls, Brazil, 12 – 15 June 2017; 12th International Symposium on Particle Image Velocimetry June 19 – 21, 2017, Busan, Korea; II Всероссийская научная конференция "Теплофизика и физическая гидродинамика" с элементами школы молодых ученых, Ялта, Республика Крым, 11-18 сентября 2017 г; III Всероссийская научная конференция "Теплофизика и физическая гидродинамика" с элементами школы молодых ученых, Ялта, Республика Крым, 10-16 сентября 2018 г; 13th International Symposium on Particle Image Velocimetry July 22 – 24, 2019, Munich, Germany; Всероссийская конференция "XXXV Сибирский теплофизический семинар", 27 – 29 августа 2019, Новосибирск, Россия; Всероссийская конференция "XXXVI Сибирский теплофизический семинар", 5 – 7 октября 2020, Новосибирск, Россия; 24 – 27 ноября 2020, Новосибирск,

Россия; Всероссийская конференция "XXXVII Сибирский теплофизический семинар", 14 – 16 сентября 2021, Новосибирск, Россия; Всероссийская конференция "XXXVIII Сибирский теплофизический семинар", 29 – 31 августа 2022, Новосибирск, Россия;

Публикации. По материалам диссертации опубликовано **23** работы, в том числе **12** статей в рецензируемых научных журналах, удовлетворяющих требованиям ВАК

Объем и структура диссертации.

Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения. Работа представлена на 100 страницах, содержащих 3 таблицы и 58 рисунков. Список литературы состоит из 82 наименований.

Личный вклад.

Создание экспериментальных установок и проведение экспериментов осуществлялось автором самостоятельно и в составе научного коллектива. Личный вклад соискателя включает: разработку метода одновременного измерения скорости и толщины, проведение тестовых экспериментов, организацию и проведение всех представленных в работе исследований, обработку, анализ полученных данных и интерпретацию результатов. Теоретические расчеты по WRIBL модели в программном пакете WaveMaker осуществлялись к.ф.-м.н Бобылевым А.В. Подготовка научных публикаций и докладов на конференциях осуществлялась автором самостоятельно или в составе научного коллектива. Научные результаты и выводы, которые легли в основу данной диссертации, были получены автором самостоятельно.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении подробно описаны актуальность и новизна научно-исследовательской работы. Определена цель работы и сформулированы задачи исследования. Представлены основные положения, выносимые на защиту.

В первой главе диссертации дан обзор экспериментальных и теоретических работ, посвященных волновому пленочному течению, а также методов диагностики плёнок жидкости.

Представленный в разделе 1.1 подробный анализ современного состояния исследований показывает достаточно хорошую изученность двумерных режимов течения пленок жидкости как экспериментально, так и теоретически. Описан процесс эволюции теоретических подходов к моделированию пленочных течений от классических интегральных моделей Капицы–Шкадова до современных моделей, в частности WRIBL. Отмечается их успешное применение для описания двумерных режимов течения, демонстрирующее хорошее количественное и качественное соответствие результатам прямого численного моделирования и экспериментальным данным.

В то же время развитый трёхмерный волновой режим, являющийся конечной стадией волновой эволюции при умеренных числах Рейнольдса, изучен в значительно меньшей степени. Многими исследователями отмечается, что развитый трёхмерный волновой режим состоит из подковообразных волн, непрерывно взаимодействующих между собой. Уединенные подковообразные волны были предсказана теоретически, и в дальнейшем получены экспериментально.

Основное препятствие в исследовании трёхмерных волновых режимов заключается в дефиците количественных экспериментальных данных, что существенно затрудняет проверку и уточнение существующих теоретических моделей. В частности, отмечается, что большинство измерений проводилось локальными методами. Но, поскольку переход от двухмерных к трёхмерным волнам сопровождается процессом формирования струй, получаемые характеристики пленочного течения могут зависеть не только от расстояния

от входа, но и от поперечной координаты. Кроме того, отсутствуют экспериментальные данные по скорости жидкости в пленке и волнах при трёхмерных волновых режимах.

До настоящего времени закономерности эволюции полностью развитого трёхмерного волнового режима, а также границы области режимных параметров, при которых такие режимы реализуются, остаются до конца не определенными.

Проведенный в разделе 1.2 анализ современных методов диагностики потоков показывает, что существующие подходы не позволяют одновременно получать информацию о форме свободной поверхности и трёхмерных полях скорости в условиях сложной волновой динамики. Этот факт обуславливает дефицит экспериментальных данных по трёхмерным волновым режимам и определяет необходимость разработки новых комбинированных методик, способных обеспечить такие измерения. Отмечается перспективность использования камеры светового поля “light-field” (LF) и методов лазерно-индуцированной флуоресценции (ЛИФ или LIF) и “particle tracking velocimetry” (PTV).

Вторая глава посвящена описанию экспериментальных стендов, используемых методик измерения и визуализации потоков. Подробно описан процесс тестирования разработанной методики одновременного определения формы волновой поверхности и измерения трёхмерных полей скорости. Исследования проводились на двух экспериментальных стендах.

В разделе 2.1 дано описание используемых экспериментальных стендов. Первый стенд использовался для изучения свободно стекающей пленки жидкости на большой длине пробега. Второй – для изучения структуры потоков в трёхмерных волнах на стекающей пленке жидкости.

Схема стенда для изучения пленок жидкости на больших длинах пробега представлена на рисунке 1. Рабочая жидкость поступает самотеком из заполненного напорного бака в щелевой распределитель (2), с помощью которого на вертикально закрепленной стеклянной пластине (1) формируется плёнка жидкости (3). Размер пластины составляет 50 см по горизонтали и 150 см по вертикали. Расход жидкости устанавливается регулировочным краном, и контролируется поплавковым ротаметром. Для возбуждения регулярных двумерных волн на поверхности стекающей пленки жидкости в гидродинамический контур перед щелевым распределителем встроен электромагнитный модулятор расхода жидкости (5). Управляющий гармонический сигнал

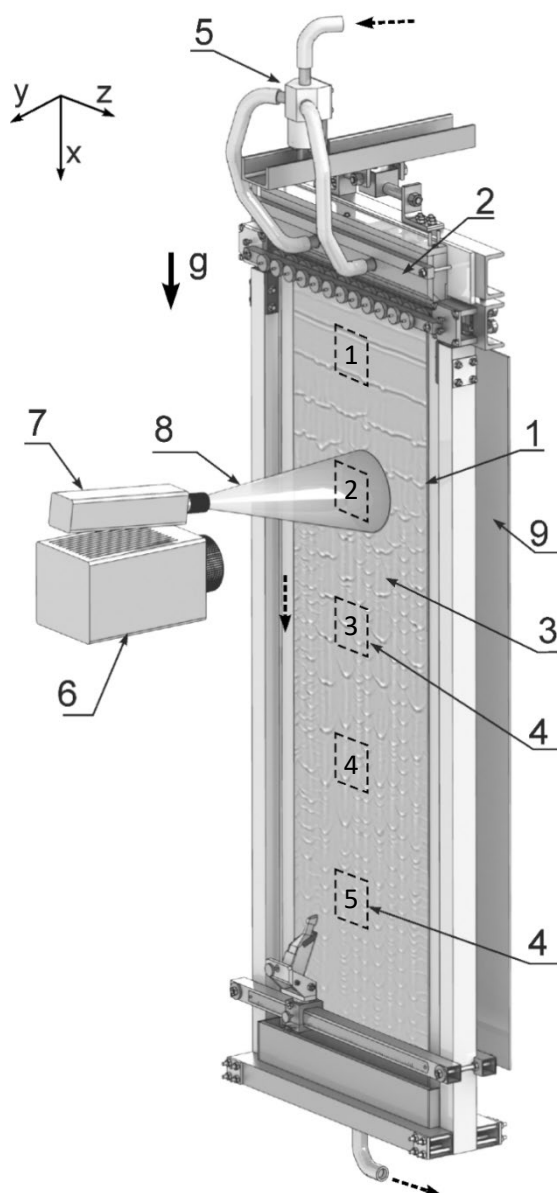


Рисунок 1 – Экспериментальный стенд для изучения свободно стекающей пленки жидкости на большой длине пробега

подаётся от генератора сигналов низкой частоты ГЗ – 118.

Регистрация общей картины течения проводилась теневым методом. Плёнка жидкости освещалась с орошаемой стороны пластины галогеновым прожектором, а светотеневая картины, сформированная на установленном за пластиной экране (9), регистрировалась высокоскоростной камерой (6).

Для получения мгновенных полей толщин использовался метод высокоскоростной лазерно-индуцированной флуоресценции (ЛИФ), который будет подробно описан в разделе 2.2. Регистрация проводилась с орошаемой стороны пластины на пяти участках течения (4), находящихся на разном удалении от распределителя.

Стенд для изучения структуры потоков в трёхмерных волнах представлен на рисунке 2. Устройство экспериментального стенда аналогично установке, описанной выше. Отличие заключается в размерах рабочего участка, которые составляют 16 см в горизонтальном и 25 см в вертикальном направлениях. Для каждого исследуемого режима измерения проводились в следующем порядке: на первом этапе проводились ЛИФ измерения общей картины течения на всей области, далее проводились измерения полей скорости в пленке жидкости, а также определение формы поверхности оптическим методом LF LIF-PTV с неорошаемой стороны пластины в области размером 1.7 см в горизонтальном и 1.1 см в вертикальном направлении. Метод LF LIF-PTV подробно описан в разделе 2.3 диссертации.

Раздел 2.2 посвящен описанию метода лазерно-индуцированной флуоресценции для определения толщины пленки. Подробно изложен физический принцип метода, основанный на зависимости интенсивности флуоресценции от толщины слоя жидкости, содержащей флуоресцентный краситель Родамин 6Ж. Компонировка измерительной системы представлена на рисунке 1. Флуоресценция рабочей жидкости возбуждается расходящимся лазерным лучом (8) с длиной волны 532 нм, освещающим рабочую область (4). Регистрация распределения яркости свечения пленки осуществляется цифровой камерой (6). Перед камерой устанавливается оранжевый светофильтр, с помощью которого возбуждающее излучение отделяется от флуоресценции жидкости.

Также в разделе представлены характеристики стандартной и высокоскоростной ЛИФ систем. В стандартной конфигурации ЛИФ системы съемка производится на цифровую камеру Kodak с размером матрицы 1008 на 1018 пикселей. для возбуждения флуоресценции раствора используется импульсный Nd:YAG лазер New Wave Research Solo PIV с длиной волны излучения 532 нм и энергией импульса 50 мДж. Лазер и камера управляются и синхронизируются с помощью процессора Dantec и программного обеспечения FlowManager. Максимальная частота съемки составляет 7,5 Гц.

Высокоскоростная ЛИФ съемка проводилась с помощью камеры Photron SA5 с частотой съемки 1 кГц и полнокадровой матрицей с разрешением 1024 x 1024 пикс. В отличие от стандартной конфигурации системы ЛИФ для возбуждения флуоресценции используется непрерывный твердотельный лазер с диодной накачкой мощностью 2 Вт. В данной работе размер освещаемой области составляет от 16 см на 16 см до 25 см на 25 см. Съемка и освещение при работе со стандартной системой ЛИФ проводились с неорошаемой стороны пластины. Такая конфигурация обеспечивает наименьшие оптические искажения.

Также в разделе приведено описание процесса калибровки системы, проводимого перед каждым экспериментом, алгоритма определения коэффициента поглощения рабочего раствора и дана оценка погрешности измерения методом ЛИФ, не превышающая 5%.

В разделе 2.3 представлено описание принципиально нового комбинированного метода диагностики пленочных течений LF LIF-PTV, обеспечивающего одновременное измерение формы свободной поверхности и объемных полей скорости в волновых плёнках жидкости. Схема расположения компонентов измерительной системы показана на рисунке 2. Используемая в данной работе камера светового поля это однолинзовая цифровая фотокамера, отличительной особенностью которой является микролинзовый массив установленный перед светочувствительной матрицей. Оптическая схема камеры светового поля представлена на рисунке 3. Помимо пространственного распределения яркости, полученные изображения содержат информацию о направлении падающих световых лучей, что, в свою очередь, позволяет реконструировать форму и положение регистрируемого объекта в объеме, по аналогии со стереоскопическими оптическими системами. При использовании камеры светового поля для измерения PIV или PTV, положение трассеров в измеряемом объеме регистрируется мгновенно, в результате чего становится возможным построить объемное поле скорости.

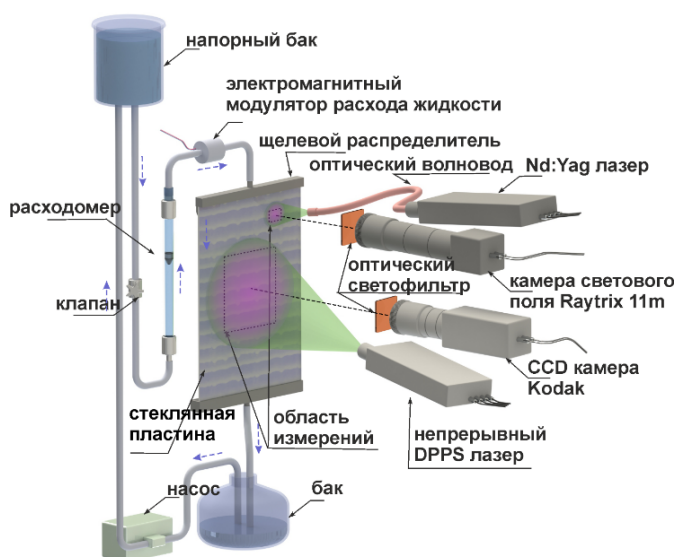


Рисунок 2 – Экспериментальный стенд для изучения структуры потоков в трёхмерных волнах.

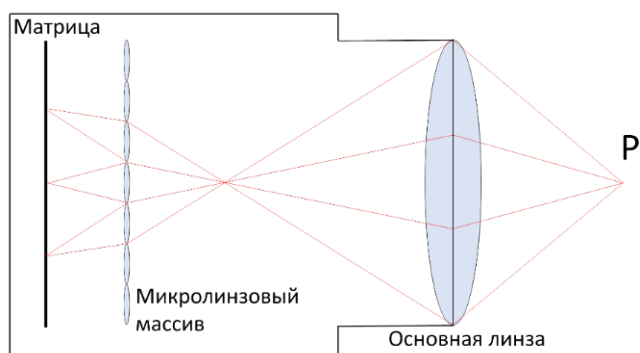


Рисунок 3 – Оптическая схема камеры светового поля.

Основная идея представленного в данной работе метода заключалась в том, чтобы с помощью камеры светового поля одновременно получать данные как для ЛИФ, так и для PTV. Изображения, полученные данной камерой, помимо стандартного распределения яркости флуоресценции окрашенной жидкости, также содержали информацию о положении (X, Y, Z) флуоресцентных трассеров, которыми был предварительно засеян поток. Далее алгоритмами LIF из получаемых распределений яркости реконструировалась форма поверхности, а данные о положении трассеров использовались при построении трёхмерных двухкомпонентных (3D-2C) полей скорости с помощью алгоритмов PTV.

На камере был установлен объектив Sigma DG Macro 2,8/105 с фокусным расстоянием 105 мм и удлинительные кольца 114 мм. Диафрагма фиксировалась на значении $f/2,8$, а освещенность регулировалась мощностью лазерного импульса. Лазерный пучок подводился с помощью жидкостного оптического волновода и освещал весь исследуемый объем. При таких характеристиках оптической системы, размер регистрируемой области был равен 13,5 x 9 мм, разрешение в плоскости X-Z составляло 6,7 мкм/пикс, а глубина резкости – 2 мм. Пространственное разрешение по глубине (Y) для данной камеры составляет 1/40 от глубины резкости оптической системы. В результате положение объектов по глубине для данной системы определялось с точностью в 50 мкм. Управление

и синхронизация камеры и лазера осуществлялись с помощью многоканального генератора импульсов Berkley nucleonic BNC 575. Перед началом измерений в рабочий раствор добавлялся флуоресцентный краситель Родамин 6Ж с концентрацией 0,5–1,1 мг/л и флуоресцентные сферические полиамидные частицы диаметром 5 мкм с концентрацией 4,5 мг/л. Съёмка в ходе экспериментов проводилась в двухкадровом режиме с временной задержкой между кадрами в паре, составляющей от 200 до 400 мс в зависимости от условий эксперимента. Частота съёмки N синхронизировалась с частотой F возбуждения волн, то есть $F = k \cdot N$ (k – натуральное число).

В разделе также детально описана процедура калибровки системы, связывающей виртуальную глубину, регистрируемую камерой, с реальными расстояниями от стенки. В ходе калибровки, плоская стеклянная пластина с нанесенной сеткой помещается в область измерений и регистрируется камерой светового поля в нескольких положениях относительно стенки. Кроме того, изложен алгоритм обработки данных, включающий выделение трассеров, построение фазово-осредненных трёхмерных двухкомпонентных полей скорости и восстановление формы волновой поверхности.

Тестовые эксперименты по одновременному измерению толщины пленки и скорости жидкости проводились на хорошо изученных типах пленочного течения, таких как гладкая безволновая плёнка в начальной части течения и течение с регулярными двумерными нелинейными волнами. Результаты измерений на гладкой пленке показали совпадение экспериментального профиля скорости с теоретическим профилем Нуссельта для установившегося течения, и совпадение расчетной толщины пленки по Нуссельту с измеренной толщиной. Полученные результаты измерений в пленке с двумерными волнами сравнивались с результатами моделирования с использованием WRIBL модели. На рисунке 4 показан экспериментальный профиль 2D волны в сравнении с соответствующим ей профилем, рассчитанным в программном пакете Wave Maker (по модели WRIBL) с использованием режимных параметров, реализованных в эксперименте (22% водоглицериновый раствор, $Re = 40$, $F = 16$ Гц).

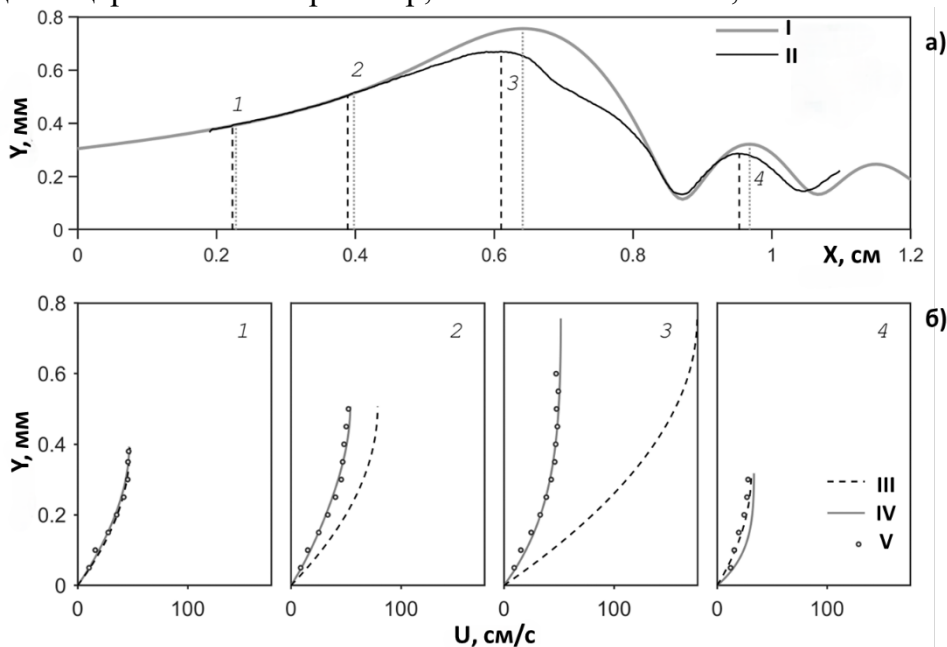


Рисунок 4 – Характеристики 2D волны на пленке, $Re = 40$, $F = 16$ Гц. а) – теоретический (I) и экспериментальный (II) профиль волны, б) – рассчитанные по Нуссельту (III), с помощью WRIBL модели (IV) и экспериментальные (V) профили скорости для сечений 1-4 соответственно.

Несмотря на небольшие отличия, можно видеть, что измеренные и рассчитанные скорости близки в различных областях волны.

Третья глава посвящена исследованию эволюции волновой картины и статистических характеристик трёхмерных волновых режимов на больших длинах пробега. Представлены результаты количественных измерений методом высокоскоростной ЛИФ, и анализ эволюции статистических характеристик, построенных на основе этих данных.

В разделе 3.1 описан порядок проведения эксперимента. Измерения проводились на вертикально закрепленной стеклянной пластине длиной 140 см в 5 областях, расположенных на разном удалении от щелевого распределителя. Для обеспечения общности и достоверности выводов исследования в работе использовались жидкости с различными физическими свойствами и числами Капицы $\gamma = (\sigma/\rho)v^{-4/3}g^{-1/3}$, здесь ρ – плотность жидкости, ν – кинематическая вязкость, g – ускорение свободного падения, σ – коэффициент поверхностного натяжения. Свойства рабочих жидкостей и исследуемые режимы приведены в Таблице 1. Длительность съемки составляла 2 секунды, с частотой 1 кГц, что позволяло получить серию, состоящую из 2000 кадров. Для описания эволюции волновой картины из мгновенных полей толщин определялись следующие характеристики:

1. Средняя толщина пленки $\bar{h}(x, z)$ вычислялась по формуле $\bar{h}(x, z) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h(x, z, t_i)$, где n – количество кадров.
2. Дисперсия толщины пленки $D(x)$, которая вычислялась по формуле $D(x) = \frac{1}{mn} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n (h(x, z_j, t_i) - \bar{h}(x, z_j))^2$.
3. Функция плотности вероятности толщины пленки $P(x)$.
4. Спектральная мощность $Y(x, f)$.

Таблица 1 Свойства рабочих жидкостей

Рабочая жидкость	ρ , (кг/м ³)	$\nu \times 10^6$, м ² /с	σ , Н/м	γ , число Капицы
Дистиллированная вода	998	0,94	$72,3 \cdot 10^{-3}$	3675
22% водоглицериновый раствор (ВГР1)	1049	1,59	$72,2 \cdot 10^{-3}$	1733
38% водоглицериновый раствор (ВГР2)	1070	2,14	$72,0 \cdot 10^{-3}$	1140

В разделе 3.2 на основе анализа осредненных полей толщин конкретизируются три сценария волновой эволюции пленки жидкости, выделенные ранее на основе теневых измерений.

При $Re < Re_1$, реализуется первый сценарий волновой эволюции, при котором переход к трёхмерным волновым режимам не происходит вплоть до конца рабочей области. Осредненные по времени поля толщин имеют гладкую форму. Значение Re_1 лежит в диапазоне от 5 до 15 в зависимости от свойств исследуемой жидкости.

С увеличением числа Рейнольдса 2D волны, как естественные, так и возбужденные, уже в начальной области течения быстро распадаются на множество 3D волн с характерным размером порядка 1–2 см. Этот переход сопровождается формированием устойчивых струй, прослеживаемых вплоть до конца области наблюдения. В этих

условиях реализуется второй сценарий волновой эволюции, наблюдаемый до порогового значения Re_2 (где $40 < Re_2 < 60$). Формирующиеся 3D волны движутся преимущественно вдоль струй и образуют цепочки, при этом поперечный размер струй определяется характерным поперечным размером 3D волн. Волновое движение между струями выражено слабо.

На рисунках 5 и 6 представлены мгновенные и осредненные поля толщин, характерные для подрежима с устойчивыми струями. Основное отличие между естественной и вынужденной эволюцией 2D волн заключается в более стабильном положении струй и более быстром затухании 3D волн в случае возбуждения. Несмотря на различия в эволюции, формы 3D волн в нижней части течения практически совпадают в обоих случаях.

На основе ЛИФ измерений детально описан процесс формирования 3D волн в подрежиме со струями. Установлено, что при переходе от 2D к 3D волновому режиму за возникающими 3D волнами формируется след в виде продольного гребня увеличенной толщины, который возмущает следующие за ним 2D волны. В результате формируется цепочка выстроенных друг за другом 3D волн, образующих струи, хорошо различимые на осредненных по времени полях толщин (рисунок 5, 6).

Подрежим с затухающими струями наблюдается при числах Рейнольдса $Re > Re_2$ и характеризуется быстрым распадом 2D волн на дистанциях порядка нескольких длин 2D волн от щелевого распределителя. Примеры картины течения в таком подрежиме представлены на рисунках 7 и 8. Динамика развития струй при этом не монотонна. Амплитуда струй растет на протяжении 40-50 см от распределителя, а ниже по течению начинает уменьшаться вплоть до полного исчезновения струй в конце области измерений.

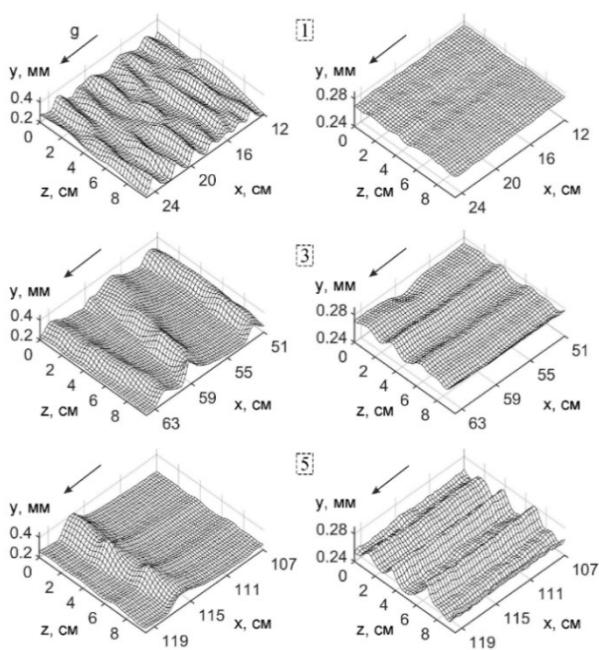


Рисунок 5 – Волновые картины и осредненные по времени поля толщин для случая естественной волновой эволюции, ВГР1, и $Re = 25$. Левые – мгновенная форма поверхности. Правые – осредненные поля толщин. Номера соответствуют областям измерений на рисунке 1.

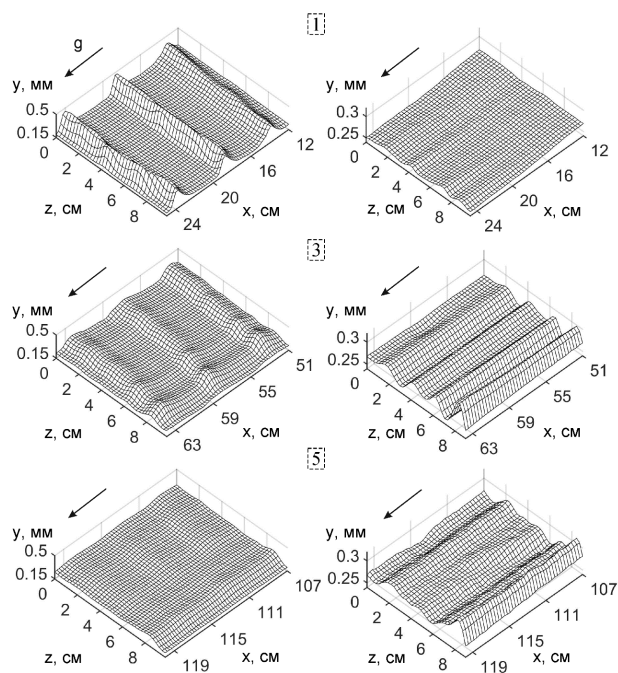


Рисунок 6 – Волновые картины и осредненные по времени поля толщин для случая вынужденной волновой эволюции, ВГР1, $Re = 25$ и $F = 8$ Гц. Левые – мгновенная форма поверхности. Правые – осредненные поля толщин. Номера соответствуют областям измерений на рисунке 1.

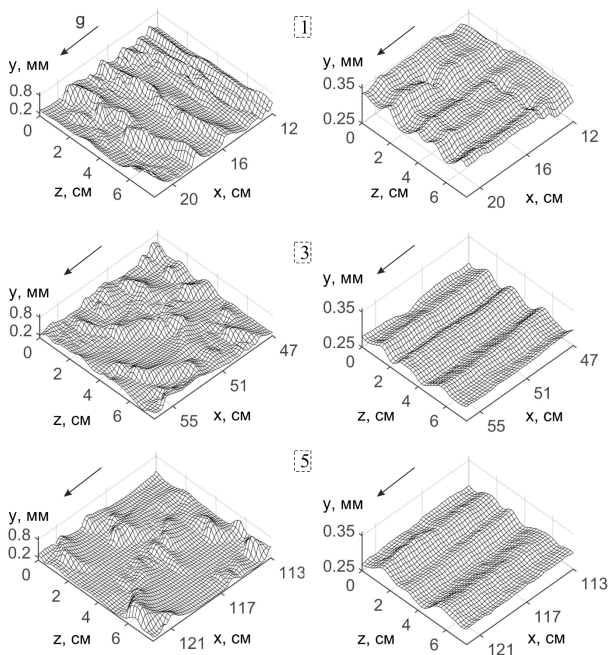


Рисунок 7 – Волновые картины и осредненные по времени поля толщин для случая естественной волновой эволюции, ВГР1, и $Re = 91$. Левые – мгновенная форма поверхности. Правые – осредненные поля толщин. Номера соответствуют соответствующим областям измерения на рисунке 1

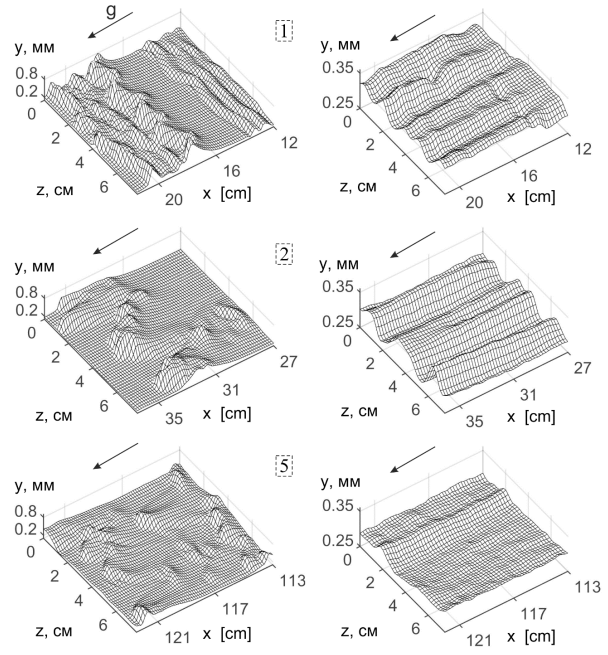


Рисунок 8 – Волновые картины и осредненные по времени поля толщин для случая вынужденной волновой эволюции, ВГР1, $Re = 91$, $F = 7$ Гц. Левые – мгновенная форма поверхности. Правые – осредненные поля толщин. Номера соответствуют соответствующим областям измерения на рисунке 1.

Разница в эволюции естественных и возбужденных волн прослеживается только в верхней части течения, на расстоянии в несколько длин волн от распределителя.

В разделе 3.3 представлен подробный анализ эволюции статистических характеристик. На первом этапе представлено описание динамики струй и показано, что со временем происходит их смещение в поперечном направлении. Искусственное возбуждение регулярных 2D волн в верхней части течения приводит к значительной стабилизации положения струй в поперечном направлении при $Re_1 < Re < Re_2$. При $Re > Re_2$ можно говорить об образовании и движении на поверхности плёнки структур представляющих собой цепочки, состоящие минимум из 5-8 волн, положение которых в поперечном направлении изменяется слабо за время жизни этой цепочки. Такие структуры наблюдаются как в случае естественной эволюции, так и при эволюции возбужденных волн. Хаотические перемещения и слияния структур подавляют струйную картину на осредненных полях толщины при больших временах осреднения.

Для каждого подрежима на основе мгновенных полей толщин получены статистические характеристики флуктуации толщины пленки. Наиболее информативными с точки зрения описания процессов эволюции волновой картины пленочного течения оказались такие статистические характеристики, как функция плотности вероятности толщины пленки, дисперсия D и спектральная мощность $Y(f)$ изменения толщины пленки. В ходе анализа полученных данных использовались статистические и спектральные характеристики, осредненные в поперечном направлении по всей ширине исследуемой области. Данная процедура существенно увеличивает размер

выборки, по которой производится статистический анализ, и, что немаловажно, исключает влияние струй, формирующихся при переходе к трёхмерному волновому течению.

Анализ статистических характеристик позволяет условно выделить две характерные области трёхмерных волновых режимов, совпадающие с выделенными ранее подрежимами. Поведение дисперсии для значений Re ($Re_1 < Re < Re_2$) разное: для естественных и возбужденных волн существенно отличается характер эволюции дисперсии вниз по потоку, непрерывное уменьшение дисперсии наблюдается вплоть до конца исследуемой области (линии 1 и 2 на рисунке 9). При высоких значениях Re ($Re > Re_2$) после быстрой эволюции в верхней части течения дисперсия достигает стационарных значений как для случая естественных, так и для случая возбужденных волн (линии 3 и 4 на рисунке 9).

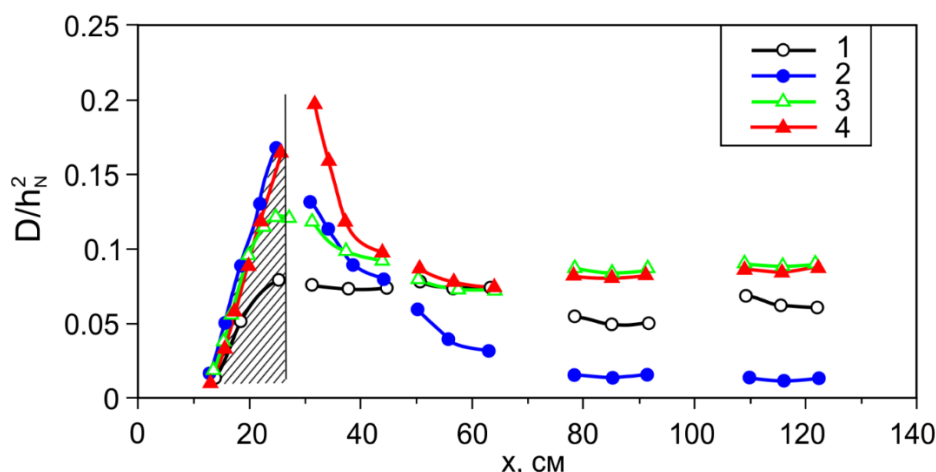


Рисунок 9 – Дисперсия D толщины пленки, нормированная на квадрат толщины пленки по Нуссельту h_N^2 , ВГР1. 1, 2 – $Re = 36$ (случай $Re_1 < Re < Re_2$), 1 – естественные волны; 2 – возбужденные волны $F = 7$ Hz; 3, 4 – $Re = 47$ (случай $Re > Re_2$), 3 – естественные волны; 4 – возбужденные волны $F = 7$ Гц.

В случае $Re > Re_2$, несмотря на заметные различия на начальной стадии эволюции, значения дисперсии, нормированные на толщину пленки по Нуссельту, слабо меняются и слабо зависят не только от начальных условий, но и от числа Re , что наглядно показано на рисунке 10. Анализ эволюции функции плотности вероятности и спектральной

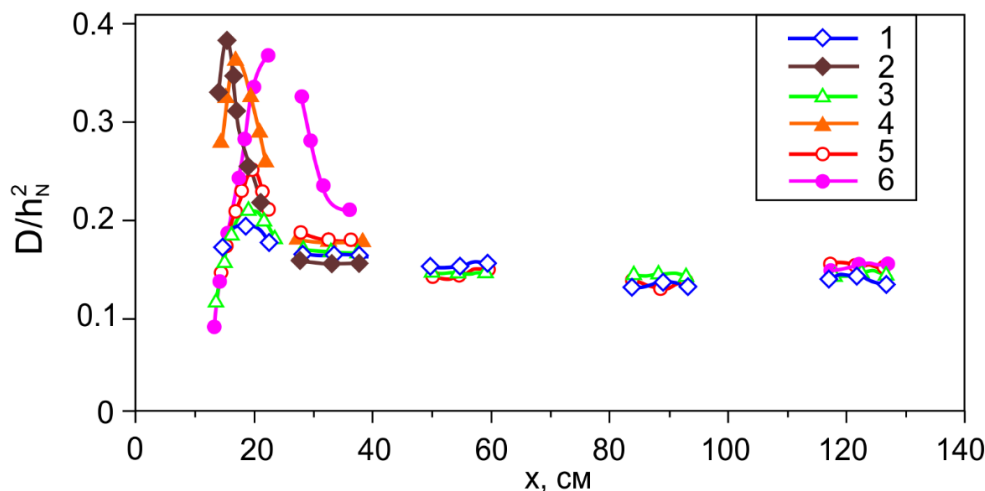


Рисунок 10 – Дисперсия толщины пленки D , нормированная на квадрат толщины пленки по Нуссельту (h_N^2), Вода $Re > Re_2$. Закрашенные символы – возбужденные волны с частотой $F = 7$ Гц, Пустые символы – естественные волны. 1, 2 – $Re = 91$; 3, 4 – $Re = 55$; 5, 6 – $Re = 44$.

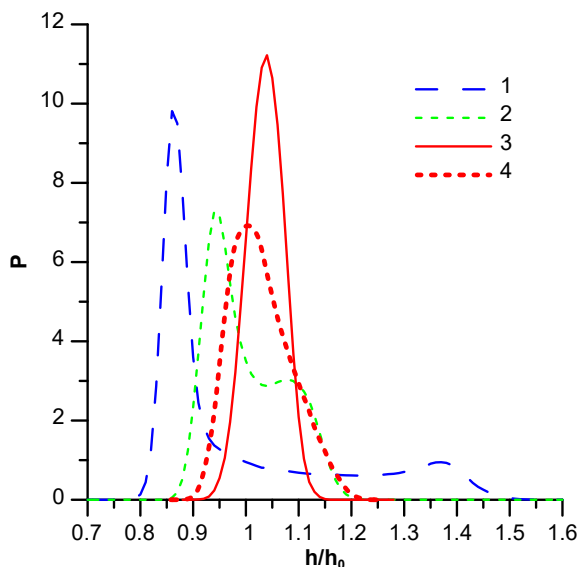


Рисунок 11 – Эволюция функции плотности вероятности, ВГР2, $Re = 13,5$. 1 – $x = 21$ см, $F = 7$ Гц; 2 – $x = 56$ см, $F = 7$ Гц; 3 – $x = 128$ см, $F = 7$ Гц; 4 – $x = 128$

мощности толщины пленки для трёхмерных волновых режимов также показывает существование двух подрежимов, на которые можно разделить трёхмерный волновой режим. В подрежиме с устойчивыми струями, когда $Re_1 < Re < Re_2$ можно наблюдать непрерывное изменение функции плотности вероятности (рисунок 11). Форма распределений при рассмотрении эволюции естественных и возбужденных волн различна вплоть до конца исследуемой области. В этом подрежиме также наблюдается непрерывное изменение спектральных характеристик вниз по потоку. Несмотря на наличие высоких гармоник, возбужденные волны сохраняют регулярность с доминирующей частотой, равной частоте генерации, вплоть до конца исследуемой области, как показано на рисунке 12.

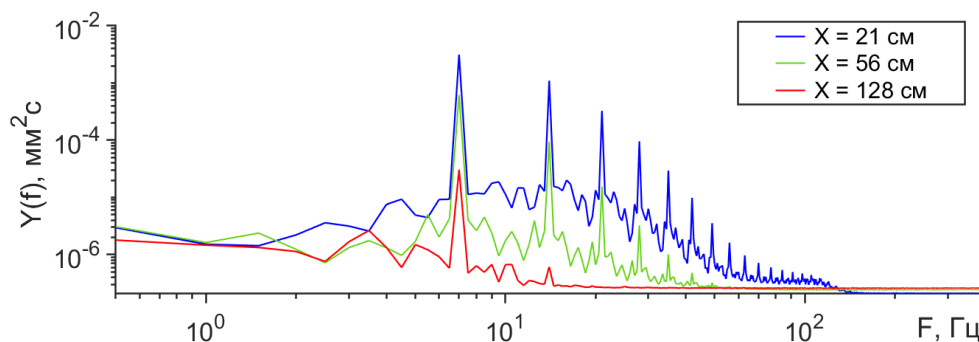


Рисунок 12 Спектральная мощность на разных расстояниях от распределителя для случая эволюции вынужденных волн, ВГР2, $Re = 13,5$, $F = 7$ Гц.

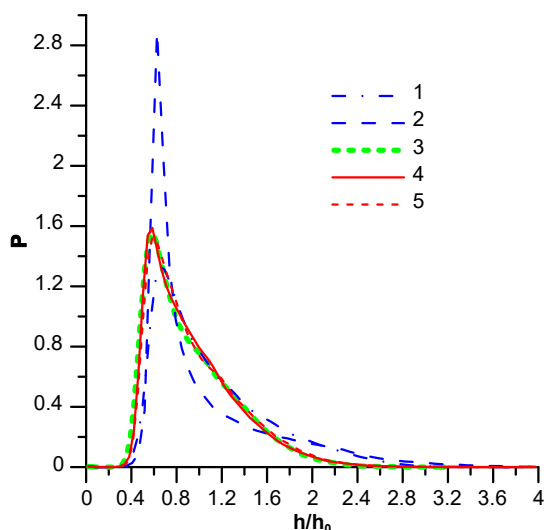


Рисунок 13 – Эволюция функции плотности вероятности, вода, $Re = 91$. 1 – $x = 19$ см, $F = 0$ Гц; 2 – $x = 19$ см, $F = 7$ Гц; 3 – $x = 54$ см, $F = 0$ Гц; 4 – $x = 120$ см, $F = 0$ Гц; 5 – $x = 120$ см, $F = 7$ Гц.

При $Re > Re_2$, когда реализуется подрежим с затухающими струями, функция плотности вероятности толщины пленки сохраняет асимметричную форму до конца наблюдаемой области. После быстрой эволюции в верхней части течения, функция практически не изменяется далее, и более того, идентична для случаев эволюции естественных и возбужденных волн (рисунок 13). Анализ спектральных характеристик также говорит о быстром переходе к установившемуся трёхмерному режиму для случая $Re > Re_2$. Разница в спектральных характеристиках при сравнении эволюции естественных и возбужденных волн наблюдается только в верхней части течения, далее вниз по потоку спектральные характеристики

становятся идентичными и неизменными с расстоянием. Стоит отметить, что вынужденные волны полностью теряют свою регулярность, как показано на рисунке 14.

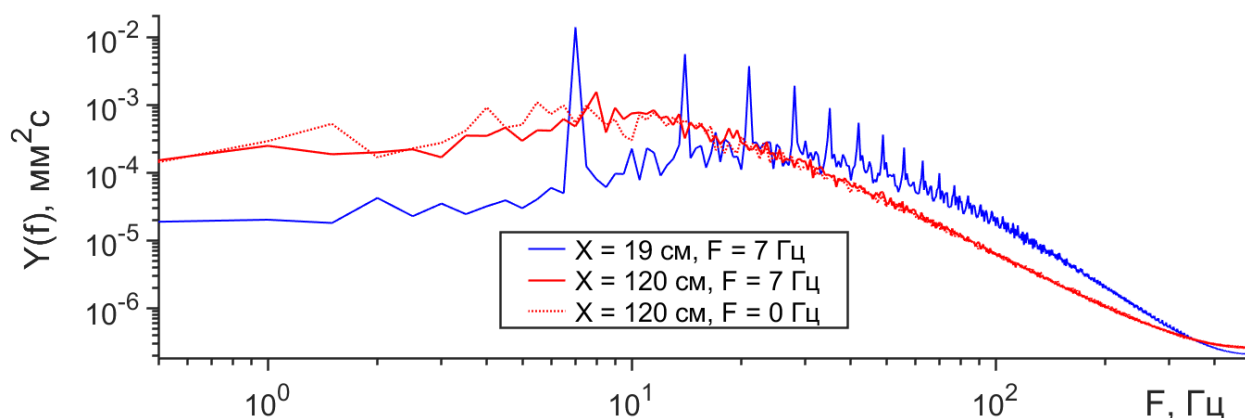


Рисунок 14 – Спектральная мощность на разных расстояниях от распределителя для случая эволюции вынужденных волн. $F = 7$ Гц, вода, $Re = 91$.

Четвертая глава посвящена экспериментальному исследованию структуры течения в трёхмерных волнах. Представлены результаты одновременных измерений скорости жидкости с привязкой к форме 3D волны.

В разделе 4.1 описан порядок проведения экспериментов. Одновременные измерения толщины и 3D-2C полей скорости в двумерной и трёхмерной волнах проводились с использованием методов LF LIF и PTV соответственно. Исследовались регулярные двумерные волны, и трёхмерные волны, образующиеся при их распаде. Основные физические характеристики используемых жидкостей представлены в таблице 2. Параметры исследуемых режимов течения представлены в таблице 3.

Таблица 2 – Физические характеристики используемых жидкостей.

Рабочая жидкость	$\nu \times 10^6$, м ² /с	σ , Н/м	ρ , кг/м ³	γ , число Капицы
ВГР (20%)	1,52	$72 \cdot 10^{-3}$	1047	1838
ВРБС	1,04	$44 \cdot 10^{-3}$	998	1955

Таблица 3 – Параметры исследуемых режимов течения.

Рабочая жидкость	Re	L, см расстояние от распределителя	h_N , мм	F, Гц
ВГР (20%)	40	21,5 (9,5 для 2D)	0,305	16
ВРБС	40	11,3 (4 для 2D)	0,237	19

Для выявления универсальных закономерностей, ключевые эксперименты проводились с растворами, имеющими близкие значения числа Капицы (γ), но различающимися по вязкости, плотности и поверхностному натяжению в отдельности.

В разделе 4.2 представлены результаты измерений. Впервые детально визуализировано течение в основной 3D волне и сложная структура потоков в ряби, образующейся при взаимодействии капиллярных предвестников. Поле скорости в пристеночной области (100-150 мкм от стенки) показано на рисунке 15. Можно отчетливо наблюдать существование течений, направленных вдоль минимумов капиллярной ряби, что согласуется с результатами моделирования. В дополнение к течению вдоль минимума

капиллярного предвестника, отчетливо наблюдается возвратное течение перед «лобовой» точкой основного 3D пика и в некоторых областях впадин капиллярной ряби.

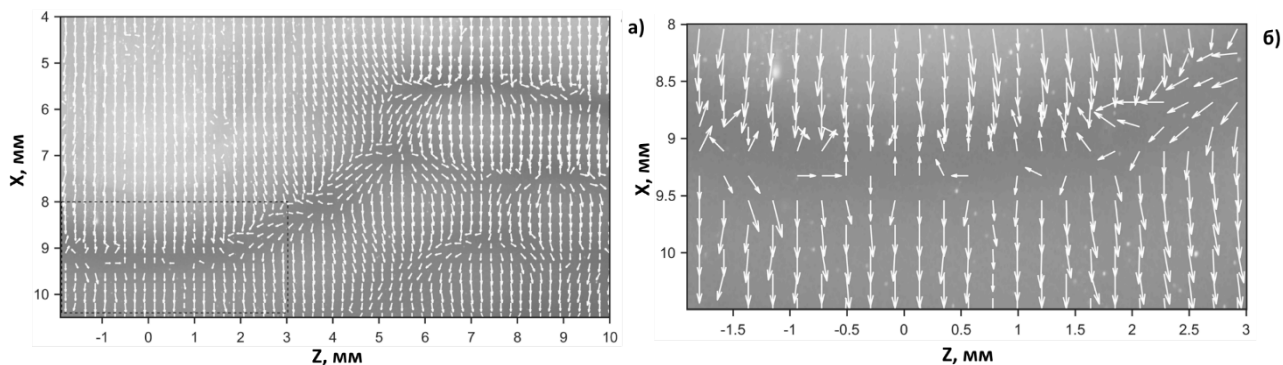


Рисунок 15 – Структура течений в трёхмерной волне. а) – Поле скорости в пристеночном слое на расстоянии 100 - 150 мкм от пластины. Область, выделенная пунктирной линией представлена ниже в увеличенном виде. б) – Увеличенный вид области минимума капиллярного предвестника перед «лобовой» точкой основного 3D пика. ВГР, $Re = 40$ и $F = 16$ Гц. Для наглядности, длина стрелок масштабирована так, что отношение максимальной и минимальной длины не превышает 5.

Структура течения в формирующихся 3D волнах подобна для всех исследуемых режимов. Поскольку течение вниз по потоку преобладает под большей частью поверхности волны, удобнее рассматривать структуры поперечных потоков жидкости. Сравнение проводилось с расчетами, выполненными в программе WaveMaker по модели WRIBL (упрощенной и полной). Прямое сопоставление результатов расчета с экспериментальными данными затруднено в случае неустановившихся режимов, что объясняет расхождения между экспериментом и моделированием. На рисунке 16 представлено поле скорости, полученное из эксперимента и в результате моделирования для течения ВГР в слое с центром на расстоянии 130 мкм от стенки. Несмотря на различие в форме между реальной и смоделированной волной, поля скорости в волнах имеют общие черты.

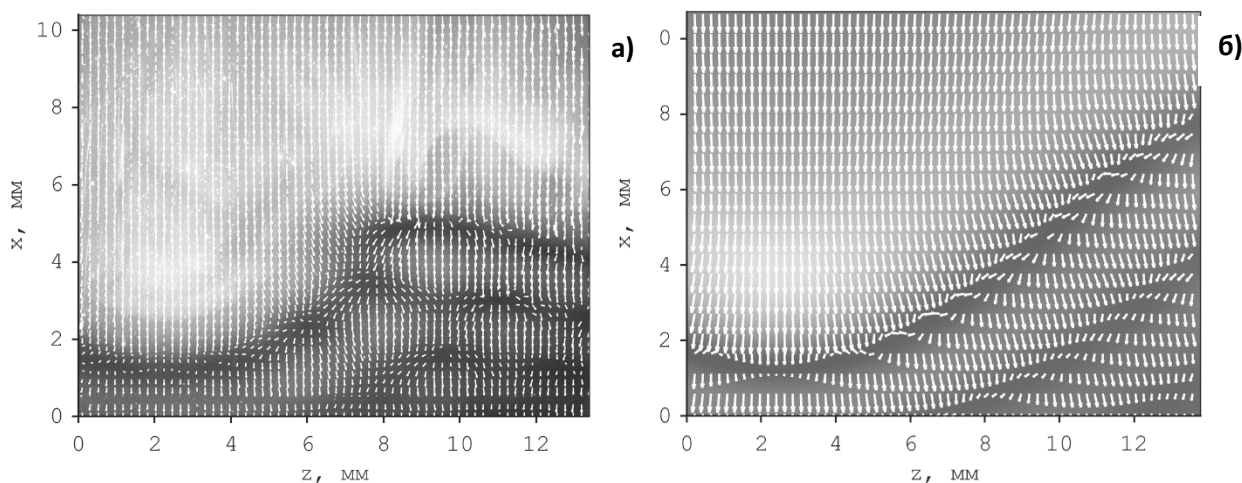


Рисунок 16 – Характерные поля скорости в трёхмерной волне на поверхности пленки ВГР на расстоянии 130 мкм от поверхности пластины при $Re=40$ и $F=16$ Гц, Поля скорости представлены на фоне изображения волны: а) – экспериментальные поля на фоне ЛИФ изображения волны. б) – расчет на фоне поля толщины полученного в Wavemaker.

На рисунке 17 детально представлены поля поперечной компоненты скорости и области поперечных потоков в формирующейся 3D волне на ВГР пленке ($Re = 40$, $F = 16$

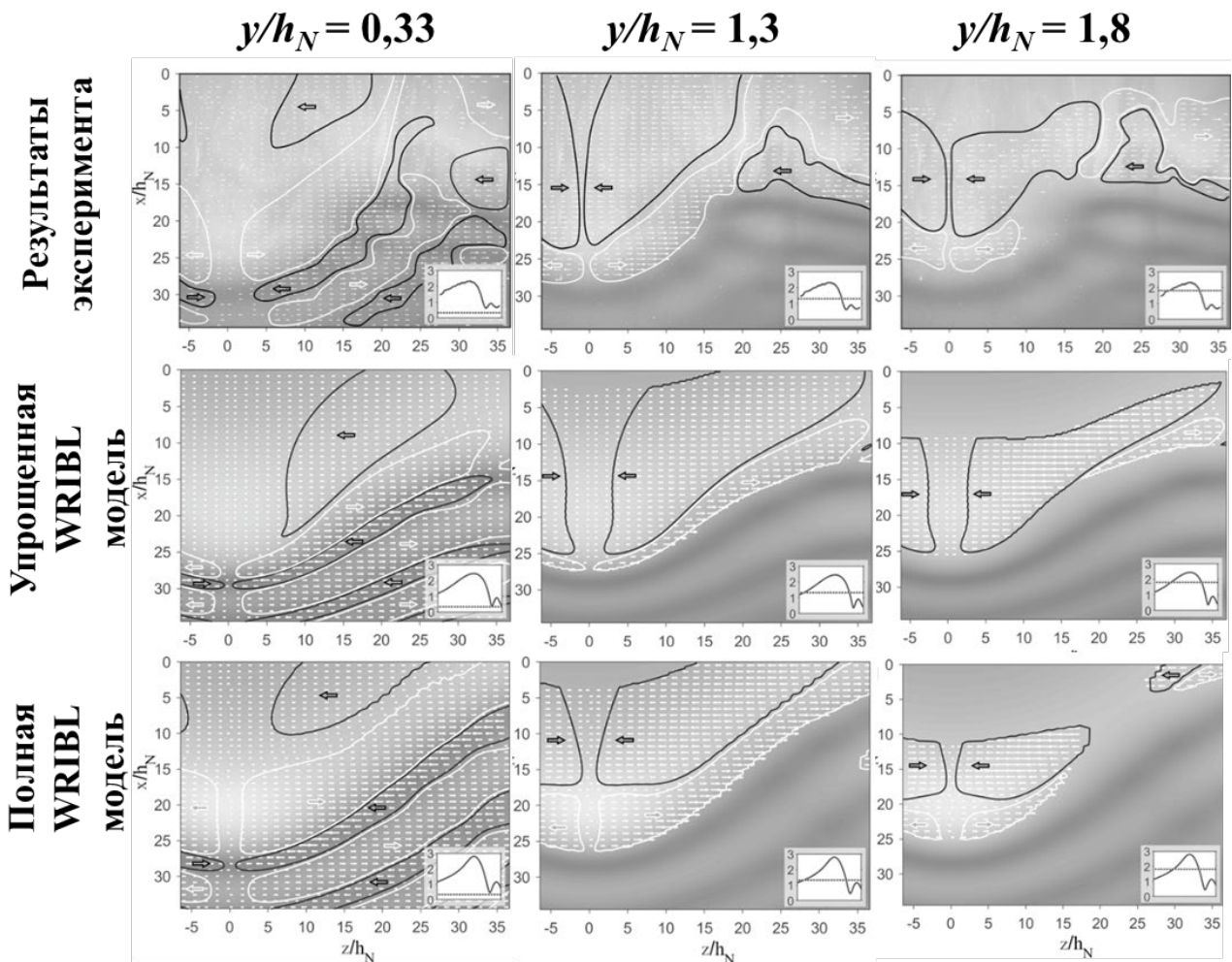


Рисунок 17 – Структура поперечных потоков под волной. Сравнение эксперимента и результатов моделирования.

Гц) на разных расстояниях от пластины. Границы областей проходят на уровне $W = 1$ см/с. Белым контуром выделены области притока к центральной части волны, черным – области оттока от центральной части волны.

В слое ближе к пластине обе модели качественно хорошо согласуются с экспериментом. В окрестности максимума и минимума капиллярного предвестника наблюдаются области оттока и притока соответственно. Также под основным гребнем волны наблюдаются две пространственно-разделенные области с потоками, направленными в противоположные стороны. По мере удаления от пластины все больше начинают проявляться различия в картинах течения, полученных упрощенной и полной моделью. Для упрощенной модели область оттока под основным гребнем волны быстро уменьшается по мере удаления от пластины, тогда как в эксперименте и в полной модели эти области сохраняются со сравнимыми площадями.

В разделе 4.3 дана оценка перемещения жидкости при проходе трёхмерной волны. Для этого были построены траектории элементарных объемов жидкости на основе полученных полей скорости. Предполагалось, что за время прохождения волны выделенный элементарный объем не покидает рассматриваемый слой жидкости и находится на одном расстоянии от стенки. Построение траекторий проводилось для слоя,

полностью лежащего под свободной поверхностью и в предположении, что форма волны не меняется за время прохождения области измерения.

Экспериментальные и смоделированные поля скорости для слоя, расположенного на расстоянии от 100 до 150 мкм от стенки показаны на рисунке 18а и рисунке 18б. Также на рисунке представлены несколько траекторий движения элементарных объемов в системе отсчета гребня волны. Эти же траектории, но в увеличенном масштабе (по оси Z) и для лабораторной системы отсчета показаны на рисунке 18в и рисунке 18г. Незначительные поперечные колебания в начале траекторий соответствуют началу движения в области перед волной и прохождению капиллярного предвестника, далее жидкость попадает в область под основным гребнем и смещается от центра волны, причем величина смещения в несколько раз превышает смещение в области капиллярной ряби.

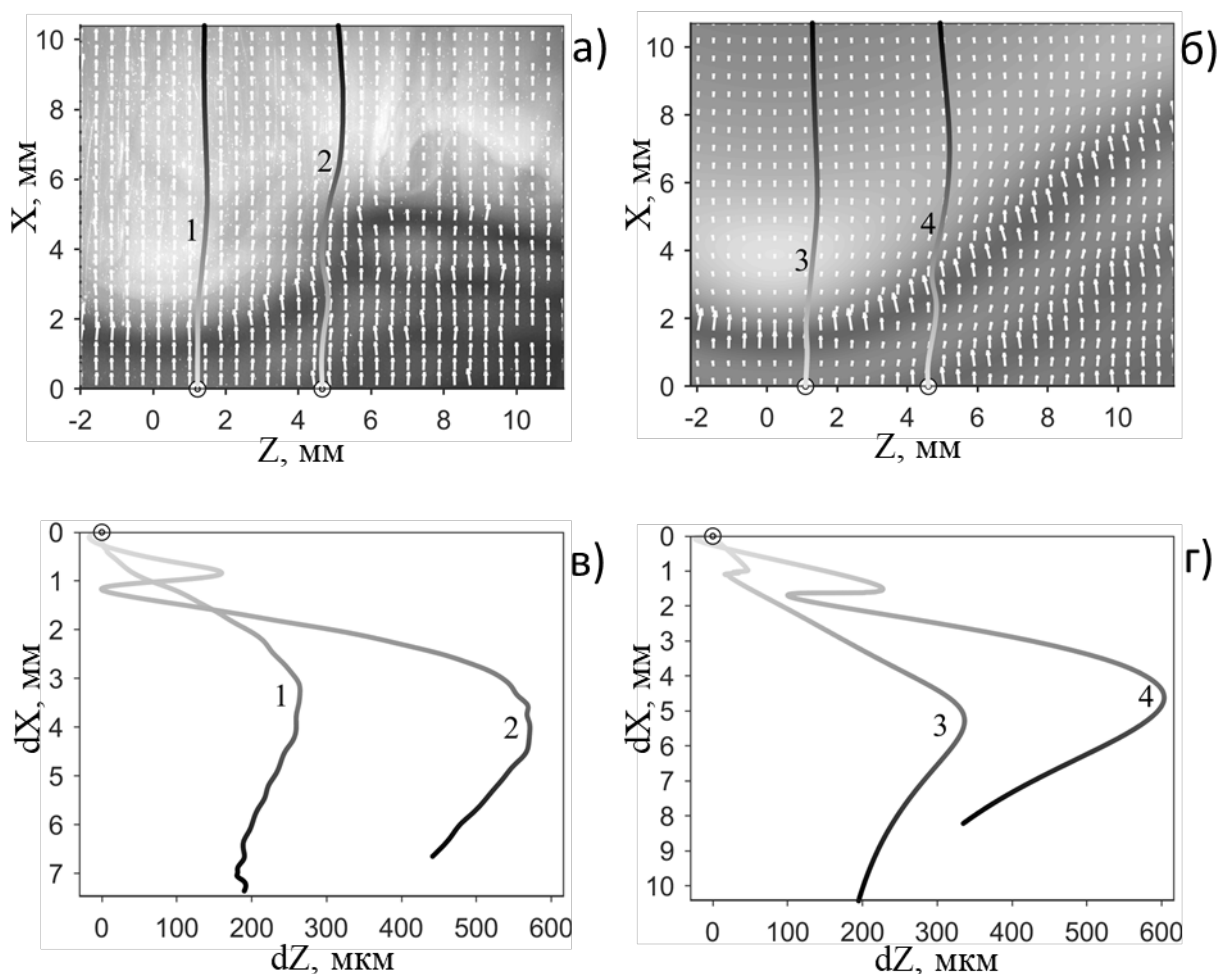


Рисунок 18 – Траектории движения элементарного объема жидкости на расстоянии 130 мкм от стенки. а) – экспериментально полученное поле скорости в системе отсчета, движущейся с фазовой скоростью волны $C = 0,46$ м/с. Линиями 1 и 2 обозначены траектории движения элементарных объемов. б) – поле скорости, рассчитанное WaveMaker по полной модели в системе отсчета, движущейся с фазовой скоростью волны $C = 0,5$ м/с. Линиями 3 и 4 обозначены траектории движения элементарных объемов; в) – траектории движения, приведенные на рисунке 18а в лабораторной системе отсчета; г) – траектории движения, приведенные на рисунке 18б в лабораторной системе отсчета. ВГР, $Re = 40$ и $F = 16$ Гц.

Можно видеть, что поперечные смещения жидкости, полученные на основе экспериментальных данных, хорошо согласуются с результатами моделирования WRIBL.

Однако небольшое отличие в фазовой скорости экспериментальной ($C = 0,46$ м/с) и смоделированной ($C = 0,5$ м/с) волн выражается в несовпадении продольного смещения жидкости. По сравнению с реальной волной, выделенный элементарный объем жидкости в модели преодолевает большее расстояние вниз по течению, до момента выхода за границы исследуемой области, а амплитуда поперечных колебаний больше в 1,5–2 раза.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключении сформулированы основные результаты диссертации:

1. Создан и модернизирован экспериментальный стенд для комплексного исследования волновой эволюции вертикально стекающей пленки жидкости на большой длине пробега ($L/L_{in} \sim 80$) в широком диапазоне числе Рейнольдса ($Re = 5-100$) и свойств жидкости с применением современного высокоточного оптического метода диагностики течений.
2. Установлено, что для трехмерного волнового режима характеристики течения в подрежимах с наличием и отсутствием устойчивых струй существенно различаются. Выявленные отличия волновой картины и статистических характеристик универсальны для всех исследуемых жидкостей. Определено, что при наличии устойчивых струй происходит постепенное затухание трехмерного волнового движения и непрерывное изменение статистических характеристик вниз по течению. При этом волновая эволюция чувствительна к начальным возмущениям. Этот факт должен учитываться при сравнении результатов моделирования и эксперимента в данном диапазоне параметров течения. Дальнейшее увеличение Re приводит к полному затуханию струй. Показана быстрая волновая эволюция и установление стационарных значений всех статистических характеристик, что свидетельствует о достижении полностью установившегося трехмерного волнового режима. Показано, что разница в эволюции естественных и возбужденных волн проявляется только в верхней части течения на участке $\sim 30L_{in}$, а $D/h_N^2 \approx 0,15$ и не зависит от Re . Определение области режимных параметров полностью установившегося трехмерного волнового режима представляет ценность, поскольку позволяет верифицировать теоретические модели без точного соответствия начальных условий.
3. Разработан оптический метод для одновременного измерения скорости жидкости в объеме и толщину стекающей волновой пленки. Проведены тестовые измерения на хорошо изученных типах плёночного течения и показана возможность применения метода для исследования 3D волн. Предложенный метод открывает широкие возможности не только для анализа течений со свободной границей, но и для задач, требующих объемных измерений скорости.
4. Выполнено измерение структуры течения в формирующихся трехмерных волнах и впервые экспериментально получены объемные поля скорости (U, W -компоненты), одновременно с определением её формы для различных жидкостей. Показано что структура течений для жидкостей с различными физическими свойствами, но близкими γ , подобна. Выявлена сложная структура течений в капиллярной ряби и доказано существование областей возвратных течений (U до -6 см/с), предсказанных численным моделированием. Под основным гребнем волны выделены пространственно-разделенные области поперечных потоков (W достигает 6 см/с) и установлено, что основной приток жидкости под волну происходит в её хвостовой части по всей глубине. Этот факт показывает возможные механизмы формирования 3D волн и перераспределения расхода жидкости в поперечном направлении.
5. Проведено сравнение полученных экспериментальных полей скорости и формы трехмерной волны с результатами расчета по WRIBL модели. Показано хорошее

соответствие результатов расчёта по полной WRIBL модели экспериментальным данным, что подтверждает её применимость для трёхмерных волн при умеренных числах Re. Несмотря на некоторые различия в форме смоделированной и реальной волны, распределения скорости имеют общие черты.

Основное содержание диссертации изложено в следующих рецензируемых работах (удовлетворяющих требованиям ВАК):

1. Гузанов, В.В., Бобылев А.В., **Квон А.З.**, Маркович Д.М., Харламов С.М. Особенности установления трёхмерных волновых режимов в вертикально стекающей пленке жидкости// Письма в ЖТФ. – 2016. – Т. 42, - № 5. - С 24 - 31.
2. **Kvon A.Z.**, Bobylev A.V., Guzanov V.V., Markovich D.M., Kharlamov S.M. Simultaneous film thickness and 3d-2c velocity measurements using lif and light-field ptv methods in a 3d wave on a falling liquid film. *Interfacial Phenomena and Heat Transfer*. 2016;4(4).
3. Бобылев А.В., Гузанов В.В., Харламов С.М., **Квон А.З.**, Маркович Д.М. Динамика струй при изотермическом пленочном течении// Письма в ЖТФ. – 2017. – Т. 43, № 15. – С. 19-27.
4. **Квон А.З.**, Бобылев А.В., Гузанов В.В., Харламов С.М., Маркович Д.М. Структура течения в трёхмерных волнах на вертикально стекающей пленке жидкости// Письма в ЖТФ. – 2017. – Т. 43, № 18. – С. 3-10.
5. Guzanov V.V., Bobylev A.V., Heinz O.M., Kharlamov S.M., **Kvon A.Z.**, Markovich D.M. Characterization of 3-D wave flow regimes on falling liquid films. *International Journal of Multiphase Flow*. 2018. V.99 P. 474-484.
6. Бобылев А.В., Харламов С.М., Гузанов В.В., **Квон А.З.**, Маркович Д.М. Волновая структура пленок жидкости при переходе к турбулентному режиму течения// Письма в ЖТФ. – 2019. – Т. 45, № 15. – С. 10-13.
7. Бобылев А.В., Гузанов В.В., **Квон А.З.**, Харламов С.М., Маркович Д.М. Экспериментальное исследование процесса образования трёхмерных волн из уединенной двумерной волны на вертикально стекающих плёнках жидкости // Прикладная механика и техническая физика. – 2020. – Т. 61, № 3(361). – С. 5-10.
8. **Kvon A.Z.**, Kharlamov S.M., Bobylev A.V., Guzanov V.V. Investigation of the flow structure in three-dimensional waves on falling liquid films using light field camera. *Experimental Thermal and Fluid Science*. 2022. V. 132. Paper 110553.
9. Naumov I.V., Skripkin S.G., **Kvon A.Z.**, Shtern V.N. Changing interface conditions in a two-fluid rotating flow. *Physics of Fluids*. 2023. V. 35(3). Paper 031705.
10. Cherdantsev A.V., Bobylev A.V., Guzanov V.V., **Kvon A.Z.**, Kharlamov S.M. Measuring liquid film thickness based on the brightness level of the fluorescence: Methodical overview. *International Journal of Multiphase Flow*. 2023 V. 168. Paper 104570.
11. Guzanov V.V., Aktershev S.P., Bobylev A.V., **Kvon A.Z.**, Cherdantsev A.V. Experimental and theoretical study of stationary nonlinear three-dimensional wave regimes on a straight rivulet flowing down an inclined plane. *International Journal of Multiphase Flow*. 2024. V. 181. Paper 104990.
12. Актершев С.П., Гузанов В.В., **Квон А.З.**, Бобылев А.В., Черданцев А.В. Сравнение двумерной и трёхмерной моделей волнового ручейкового течения по наклонной плоскости// Теплофизика и аэромеханика. – 2025. – Т. 32, № 2. – С. 335-346.